



مجتمع آموزش عالی گناباد

به نام خدا

شیمی صنعتی ۱

بخش انتقال حرارت

(مخصوص دانشجویان شیمی کاربردی)

دکتر ولی اله ماندنی پور

۵۹	مبدل حرارتی دو لوله
۵۹	مبدل حرارتی پوسته و لوله
۶۰	تحلیل مبدل های حرارتی
۶۰	نحوه تغییر دما در مبدل های حرارتی
۶۱	روش LMTD
۶۷	روش ϵ -NTU

نام درس:	استاد:	مقطع:	پیش نیاز:
شیمی صنعتی ۱	دکتر ولی اله ماندنی پور	کارشناسی	اصول محاسبات شیمی
نحوه ی ارزشیابی:			
ارزشیابی مستمر و کوئیز: ۲ نمره	میانترم: ۸ نمره	پایانترم: ۱۰ نمره	
هدف کلی: آشنایی دانشجویان با مفاهیم پدیده های انتقال شامل جرم، حرارت و منتوم			
مراجع: مکانیک سیالات (استریتز، وایت)، انتقال حرارت (هولمن، اینکروپرا)، انتقال جرم (تربال، چالکش امیری)			
هفته	موارد مورد بحث		
اول	معارفه، تعاریف اولیه (مکانیک سیالات، سیال، تنش برشی، قانون ویسکوزیته نیوتن، ...). بررسی تمرین های قانون ویسکوزیته نیوتن، معرفی واحدها و ابعاد مختلف، ویسکوزیته سینماتیکی و دینامیکی بررسی تمرین های قانون ویسکوزیته نیوتن، معرفی واحدها و ابعاد مختلف، ویسکوزیته سینماتیکی و دینامیکی		
دوم	سیالات در حالت سکون، کشش سطحی، اصل پاسکال و اصل ارشمیدوس و نیروی شناورسازی		
دوم	استاتیک سیالات، فشار در یک سیال تراکم پذیر، واحدها و مقیاس های اندازه گیری فشار		
سوم	مفاهیم جریان سیال و معادلات بنیادی حجم کنترل، جریان آرام و جریان متلاطم، قانون بقای جرم، اصل پیوستگی، قانون بقای انرژی		
چهارم	معادله انرژی برای جریان پایدار سیال و بررسی تمرین های مربوط به آن		
چهارم	معادله برنولی و محاسبه قدرت پمپها در یک خط انتقال و انواع افت ها		
پنجم	جریان لزج در لوله ها و کانال ها، فرمول منینگ، معادله دارسی، آشنایی با وسایل اندازه گیری سرعت جریان و ...		
ششم	آنالیز ابعادی، عدد رینولدز، عدد اولر، عدد وبر و ...		
ششم	مباحث پایانی مکانیک سیالات و حل تمرین های تکمیلی و رفع اشکالات در زمینه مکانیک سیالات		
هفتم	اصول و انواع مکانیسم انتقال گرما (تابشی، هدایتی، جابه جایی)، انتقال حرارت هدایتی، قانون فوریه، تعریف ضریب هدایت حرارتی و تشریح مولکولی آن		
هشتم	اثبات روابط مربوط به انتقال حرارت در دیوارهای مسطح ساده و مرکب		
هشتم	اثبات روابط مربوط به انتقال حرارت در دیوارهای استوانه ای ساده و مرکب		
نهم	اثبات روابط مربوط به انتقال حرارت در دیوارهای کروی ساده و مرکب		
دهم	کلیات انتقال حرارت به روش جابه جایی و رابطه سرمایش نیوتن		

فصل اول: اصول و انواع مکانیسم‌های انتقال گرما (تابشی، هدایتی، جابه‌جایی)

انتقال انرژی به شکل گرما در بسیاری از فرایندهای طبیعی و انواع دیگر فرایندهای اتفاق می‌افتد. اغلب انتقال گرما در عملیات واحد هاین مانند خشک کردن، تقطیر، سوزاندن سوخت و تجزیه و ترکیب... صورت می‌گیرد. پایه و اساس انتقال گرما اختلاف دما یا گرادیان دما است.

هرگاه دافعل یک سیستم اختلاف دما وجود داشته باشد یا در سیستم مادماهای مختلف در تماس با هم باشند انرژی از یک ناحیه به سیستم دیگر و بالعکس به سیستم دیگر منتقل می‌شود. فرایندی که توسط آن انرژی در اثر اختلاف دما انتقال می‌یابد، انتقال گرما نامیده می‌شود.

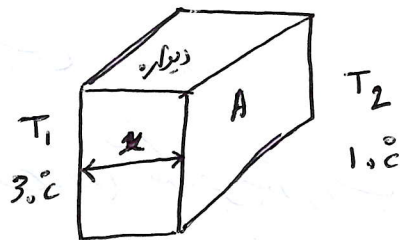
انتقال گرما در واقع گسترش تجزیه و تحلیل‌های ترمودینامیک از طریق مطالعه شیوه‌های انتقال گرما و بدست آوردن روابط برای محاسبه نرخ انتقال گرماست. در ترمودینامیک تبادل گرما و نقش حیاتی آن در قوانین اول و دوم مورد بحث قرار می‌گیرد ولی مکانیسم‌های انتقال گرما و روش‌های محاسبه نرخ آن مورد بررسی قرار نمی‌گیرد. ترمودینامیک با حالت‌های تعادل مان سر و کار دارد و در حالت تعادل گرادیان دما وجود ندارد. انتقال گرما به دنبال انجام کاری است که ترمودینامیک ذاتاً از انجام آن ناتوان است.

شیوه‌های انتقال گرما (Heat transfer methods):

1. انتقال گرما به روش هدایت (رسانش)
Conduction
2. انتقال گرما به روش جابه‌جایی (همرفت)
Convection
3. انتقال گرما به روش تشعشعی (تابش)
Radiation

$$T_1 > T_2$$

$$3.0^\circ\text{C} \rightarrow 1.0^\circ\text{C}$$



* گرما از جای گرمتر به جای سردتر (دما کمتر) منتقل می‌شود.

اختلاف دما، دو طرف دیواره \rightarrow dT (مختلاف دما)
 \uparrow متناسب \rightarrow A (مساحت)
 \uparrow متناسب \rightarrow d (ضرایب انتقال دما)
 \rightarrow انتقال دما \rightarrow q (مقدار انتقال دما)
 \rightarrow $\frac{dT}{dx}$ (مختصات دیواره)

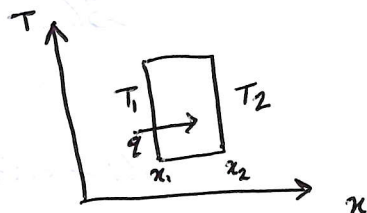
* برای تبدیل تناسب به تساوی در یک معادله ضرب می‌شود.

$$q = -kA \frac{dT}{dx}$$

← قانون فوریه

* علامت منفی در عبارت قانون فوریه نشان می‌دهد که گرما در جهت کاهش دما منتقل می‌شود.

$$T_1 > T_2$$



* گرما همیشه از جای گرم‌تر به جای سردتر انتقال پیدا می‌کند و عدد در سطح انتقال است.

$$q = -kA \frac{dT}{dx} \rightarrow T_2 - T_1$$

واحد انگلیسی	واحد SI	بیانگر	نماد
$\frac{\text{Btu}}{\text{hr}}$	W or J/s	نرخ انتقال دما	q
$\frac{\text{Btu}}{\text{hr} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}}$	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$	ضریب هدایت دما	k
ft^2	m^2	سطح انتقال	A
$^\circ\text{F}$	$^\circ\text{C}$	دما	T
ft	m	مختصات	x

* q کمترین است که همواره مثبت است.

5/

گرمای (A) تعریف می شود:

$$q'' = \frac{q}{A} = -k \frac{dT}{dx}$$

* از جبهه عایق به سطح مقطع 0.6 m^2 و ضخامت 2.5 cm و ضریب هدایت حرارتی $0.2 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$ ، 3 kW

انرژی عبور می کند. مطلوب است، اختلاف دما در دو سر جسم.

$$q = 3 \text{ kW} = 3000 \text{ W}$$

$$k = 0.2 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$q = -kA \frac{dT}{dx}$$

$$\Delta x = 2.5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$3000 = -0.2 (0.6) \frac{dT}{0.025} \Rightarrow dT = -625 ^\circ\text{C}$$

$$A = 0.6 \text{ m}^2$$

* اگر اختلاف دما $85 ^\circ\text{C}$ در یک لایه ی شیشه به ضخامت 13 cm ایجاد شود و در ساندن گرما به شیشه ی $0.35 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$ باشد. گرما منتقل شود. از واحد سطح رادیاتر ساعت بدست آورده.

$$\Delta T = 85 ^\circ\text{C}$$

$$\Delta x = 13 \times 10^{-2} \text{ m}$$

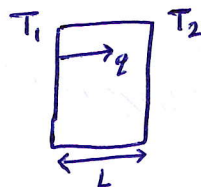
$$q = -kA \frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{q}{A} = -k \frac{dT}{dx} = -0.35 \frac{-85}{0.13}$$

$$k = 0.35 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$= 22885 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 823864 \frac{\text{J}}{\text{h} \cdot \text{m}^2}$$

* در این حالت قانون فوری را می توان بیان داشت که پروفایل دما به صورت خطی باشد در این صورت

$$q = -kA \frac{dT}{dx}$$



خوایم داشت:

$$\int_0^L q dx = \int_{T_1}^{T_2} -kA dT \Rightarrow q(L-0) = -kA(T_2 - T_1)$$

$$q = \frac{-kA(T_2 - T_1)}{L}$$

7/ گسترش یک ناصیه در سیال می‌شود که در آن سرعت از صفر در سطح تا u_{∞} (سرعت جریان آزاد) تغییر کند.

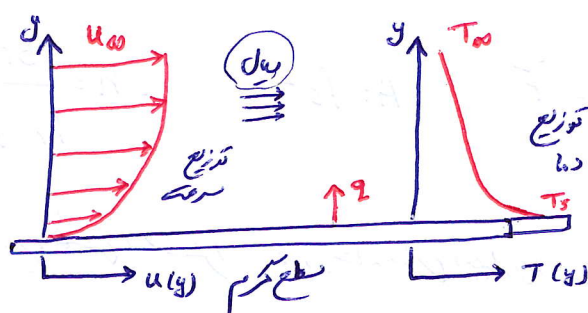
این ناصیه را لایه مرزی هیدروdynamic می‌گویند. (Hydrodynamic boundary layer)

اگر سطح و جریان در دو دما متفاوت باشند، ناصیه‌ای از سیال وجود دارد که در آن دما از T_s (دما سطح در $y=0$) تا

T_{∞} (دما جریان) تغییر کند. این ناصیه که آن را لایه مرزی گرمایی (Thermal boundary layer) می‌گویند، مکمل

است کوچکتر، بزرگتر یا هم‌انداز لایه مرزی هیدروdynamic باشد. در هر حالت اگر $T_s > T_{\infty}$ ، انتقال گرمایی جابه‌جایی

از سطح به طرف جریان می‌خواهد داد.



در سطح مشترک بین سطح و سیال، سرعت سیال صفر است و اگر ما فقط بر اثر حرکت تقاضای مولکول‌ها منتقل می‌شود.

بر اثر لایه مرزی، مهم حرکت دادن سیال در انتقال گرمایی جابه‌جایی اهمیت می‌یابد.

* سه عامل مهم در انتقال حرارت جابه‌جایی مؤثرند: h ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، A سطح انتقال حرارت و ΔT اختلاف دما (دو سطح).

* h : تابع خواص ماده و شرایط محیطی است، عواملی مانند جنس ماده، ویسکوزیته، سیر انتقال حرارت، دما و غیره در ضریب انتقال حرارت نقشه‌ایست.

A (سطح): در اینجا نیز مانند انتقال حرارت هادی، عمود بر سطح انتقال حرارت است.

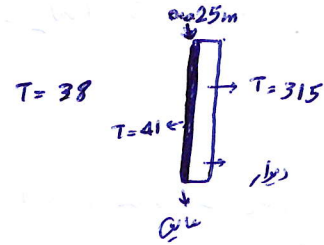
ΔT (اختلاف دما): در این حالت اختلاف دما (دو سطح) مورد توجه است و مثبت هم نیست.

9/ ^{تبرین} عایق به ضخامت 2.5 cm و ضریب هدایت $1.4 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$ روی دیواره‌ی تخت کشیده شده است. اگر دمای محیط $38^\circ C$ و دمای روی سطح داخلی عایق $315^\circ C$ و دیواره از طریق جابه‌جایی به محیط اطراف گرمای (عدد) مقدار ضریب انتقال گرمایی جابه‌جایی سطح بیرون عایق چقدر باشد تا دمای سطح بیرون از $41^\circ C$ تجاوز نکند.

هدایت = هدایت

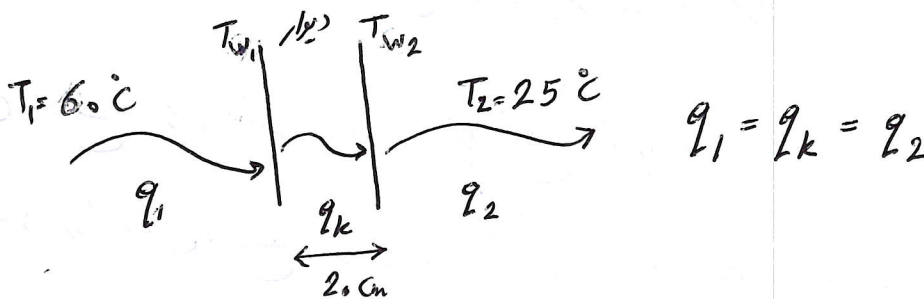
$$-K \frac{\Delta T}{\Delta x} = h \Delta T$$

$$-\frac{1.4 (41 - 315)}{0.025} = h (41 - 38) \Rightarrow h = 5114 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$



* ^{مثال} با توجه به شکل زیر انتقال وارک از محیط بیرون به داخل یک اتاق، صورت می‌گیرد، باید نظر گرفت و $h_1 = 1 \frac{W}{m^2 \cdot K}$

و $h_2 = 2 \frac{W}{m^2 \cdot K}$ مقدار حرارتی که توسط دیوار خنک کشیده در اتاق باید دریافت شود تا دمای اتاق



خ 25 باقی ماند چقدر است؟

$$q_1 = h_1 A (T_1 - T_{w1}) \Rightarrow \frac{q_1}{A} = 1 (60 - T_{w1})$$

$$q_2 = h_2 A (T_{w2} - T_2) \Rightarrow \frac{q_2}{A} = 2 (T_{w2} - 25)$$

$$q_k = -KA \frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow \frac{q_k}{A} = -0.2 \frac{(T_{w2} - T_{w1})}{0.2} \Rightarrow \frac{q_k}{A} = -(T_{w2} - T_{w1})$$

$$q_1 = q_k \Rightarrow \{ 60 - T_{w1} = T_{w1} - T_{w2} \} \quad (1) \Rightarrow \{ 2T_{w1} - T_{w2} = 60 \}$$

* رابطه صفر قبل برای یک جسم سیاه می باشد.

* **جسم سیاه**: جسمی است که تمام اشعه فرود آمده را جذب می کند.

* سطح واقعی رفتار سطح سیاه را ندارند. از زیر تابش منتشر شده توسط اجسام واقعی کسر از انرژی اشعه را یافته

توسط جسم سیاه است. این کسر را با ϵ نشان داده و به آن ضریب نشر یا ϵ (Emissivity) می گویند.

$$E = \epsilon \sigma A T^4$$

۰ < ϵ < ۱

* ϵ همواره بین صفر و یک است و برای جسم سیاه مقدار آن برابر یک است.

* برای اجسام غیر سیاه فرمول به صورت زیر در می آید:

ضریب نشر یا ϵ

$$q = \epsilon \cdot F \cdot \sigma \cdot A (T_1^4 - T_2^4)$$

ضریب دید

مثال

* کره ای به دمای 15°C در اتاق در دمای 20°C قرار دارد. ضریب کویل 0.65 و قطر کره 4cm است

تابش

اشغال وارده را تعیین کنید.

$$D = 4\text{cm}, \epsilon = 0.65, T_2 = 20^\circ\text{C}, T_1 = 15^\circ\text{C}$$

$$q = \epsilon \sigma A (T_1^4 - T_2^4) = (5.669 \times 10^{-8}) (0.65) (4\pi (0.02)^2) (423^4 - 293^4) = 4.559875\text{W}$$

مثال

* یک لوله فلزی بدون پوشش عایق حامل بخار از درون اتاق که دمای هوا و دیوارها آن 25°C است عبور می کند.

اگر قطر خارج لوله 70mm و دمای سطح خارج آن 200°C باشد و ضریب اشعه را 0.8 باشد. مقدار وارده

اشغال یافته به ازای واحد طول لوله را تعیین کنید. h ضریب اشغال وارده به روش جابه جایی $15 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$ است.

* چون K هوا بسیار کم است بنابراین از اشغال

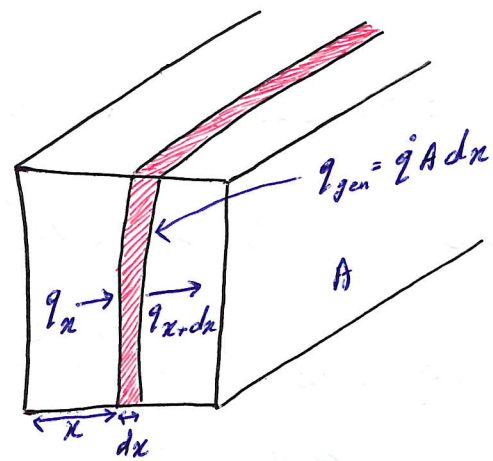
$$q_{\text{total}} = q_{\text{تابش}} + q_{\text{جابه جایی}} + q_{\text{تنقذ}}$$

$$q = hA(T_w - T_{\infty}) + \epsilon \cdot F \cdot \sigma \cdot A (T_1^4 - T_2^4)$$

وارده از طریق هدایت به هوا و فنر

* معادله هدایت و انرژی یک بعدی (one-dimensional heat-conduction equation):

شکل زیر را در نظر بگیرید:



این شکل مثل دیواره ای است که در داخل آن انرژی گرمایی به میزان \dot{q} در واحد زمان و واحد حجم تولید می شود.

عنصر نازک به ضخامت dx در نظر بگیریم:

گرمای انباشته شده = گرمای تولیدی + گرمای فروری - گرمای ورودی

$$\dot{q}_n - \dot{q}_{n+dx} + \dot{q}_{gen} = \frac{dE}{dt}$$

$$\dot{q}_n = -kA \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\dot{q}_{n+dx} = -kA \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{n+dx} = -kA \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(kA \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx$$

$$\dot{q}_{gen} = \dot{q} A dx \Rightarrow \dot{q}$$

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$ انرژی تولید شده در واحد حجم $\frac{W}{m^3}$

$$\frac{dE}{dt} = \rho c A \frac{\partial T}{\partial t} dx \Rightarrow \begin{cases} \rho: \\ c: \end{cases}$$

دانش $\frac{kg}{m^3}$ $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho A dx$
 گرمای ویژه $\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$ $\phi = mc \Delta T$
 $\phi = \rho A c \Delta T dx$

$$-kA \frac{\partial T}{\partial x} - \left[-kA \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(kA \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] + \dot{q} A dx = \rho c A \frac{\partial T}{\partial t} dx$$

با جایگزینی در معادله موازنه، معادله هدایت داریم که بعداً به صورت زیر بدست می آید:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

* اگر k ثابت در نظر گرفته شود (با تقسیم کردن معادله بالا بر k خواهیم داشت):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$\alpha = \frac{k}{\rho c}$
↓
ضریب نفوذ گرما (Thermal diffusivity)
($\frac{m^2}{s}$)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

* شرایط پایا (Steady) باشد یعنی پارامترهای ماده، دما، \dot{q} و غیره با زمان تغییر نکنند:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

$$\dot{q} = 0$$

* در داخل ماده منبع تولید حرارت داخلی (\dot{q}) وجود نداشته باشد:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

* شرایط پایا و بدون منبع تولید حرارت داخلی:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

* هدایت حرارت (دو بعدی) در شرایط پایا و بدون منبع حرارت داخلی:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

* مقاومت حرارتی (Thermal Resistant):

مقاومت حرارتی (R) بین دو نقطه از یک ماده و یا دو نقطه از دو ماده مختلف و طبق تعریف برابر است با نسبت اختلاف دما آن دو نقطه (ΔT) به نرخ انتقال حرارت بین آن ها (q).

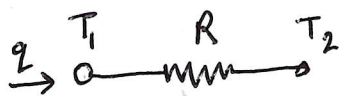
$$R = \frac{\Delta T}{q}$$

تغییر دما
نرخ انتقال حرارت

این رُبط مقاومت الکتریکی است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$R = \frac{\Delta V}{I}$$

تغییر پتانسیل
مقاومت الکتریکی



* هر چه مقاومت حرارتی بین دو نقطه کمتر باشد، دما در آن دو نقطه به هم نزدیک تر است.

* سه نوع مقاومت حرارتی داریم:

1. مقاومت حرارتی هدایتی
2. مقاومت حرارتی جابه جایی
3. مقاومت حرارتی تشعشعی

* واحد مقاومت حرارتی $\frac{^\circ C}{W}$ یا $\frac{K}{W}$ است

* مقاومت هدایتی در دیواره مسطح: مقاومت هدایتی بین دو نقطه از دیواره مسطح که به فاصله L از هم قرار داشته

و دما در آن ها T_1 و T_2 باشد ($T_1 > T_2$) برابر است با:

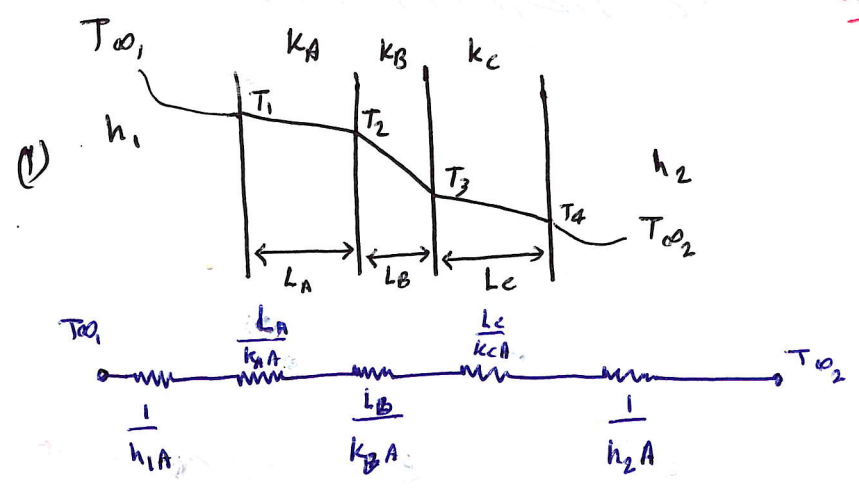
$$q = k A \frac{T_1 - T_2}{L}$$

$$R = \frac{\Delta T}{q}$$

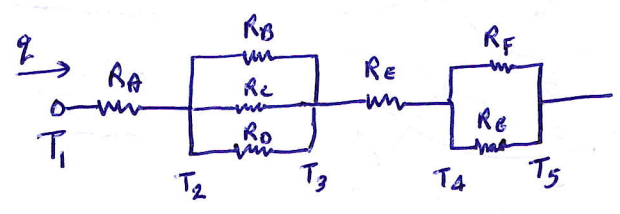
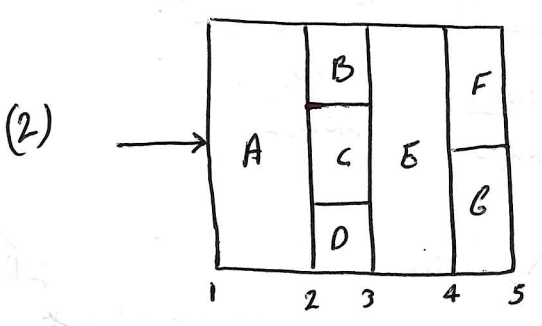
\Rightarrow

$$R = \frac{L}{kA}$$

* R_{tot} را در دیوارهای مرکب زیر بدست آورید؟



$$R_{tot} = R_{conv1} + R_{cond_A} + R_{cond_B} + R_{cond_C} + R_{conv2}$$



$$R_{tot} = R_A + \left(\frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_D} \right) + R_E + \left(\frac{1}{R_F} + \frac{1}{R_G} \right)$$

* نرخ انتقال حرارت در داخل دیوارها برابر است مثلاً برای شکل (1) خواهیم داشت:

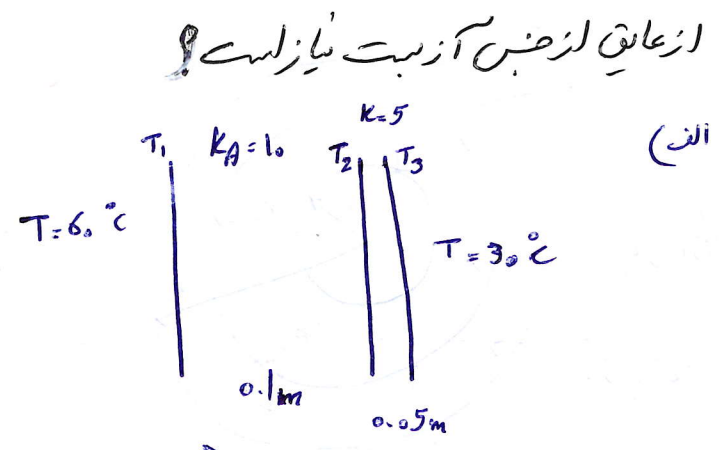
$$\frac{q}{A} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{R_1} = \frac{T_1 - T_2}{R_2} = \frac{T_2 - T_3}{R_3} = \frac{T_3 - T_4}{R_4} = \frac{T_4 - T_{\infty 2}}{R_5} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{tot}}$$

* شیب نمودار دما در دیوارها $\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)$ با ضریب هدایت حرارتی آن‌ها (k) رابطه عکس دارد. بنابراین هر چه ضریب هدایت حرارتی یک دیوار بیشتر باشد، شیب نمودار دما در آن کمتر است. مثلاً اگر در شکل یک (1) داشته باشیم $k_A > k_C > k_B$ خواهیم بود

* خانه ای توسط یک دیوار به ضخامت ۱۰ cm از جنس آجر پوشانده شده است و بر روی آن گچ با ضخامت ۵ cm پوشانده شده است. اگر دمای دیوار داخلی خانه ۳۰ باشد و دمای دیوار بیرون ۶۰ باشد، میزان ولت انتقال یافته از بیرون به داخل را محاسبه کنید؟ (ب) اگر بخواهیم این ولت را ۵٪ کاهش بدهیم چه ضخامتی

$k_{\text{آجر}} = 1.0 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$ و $k_{\text{گچ}} = 5 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$

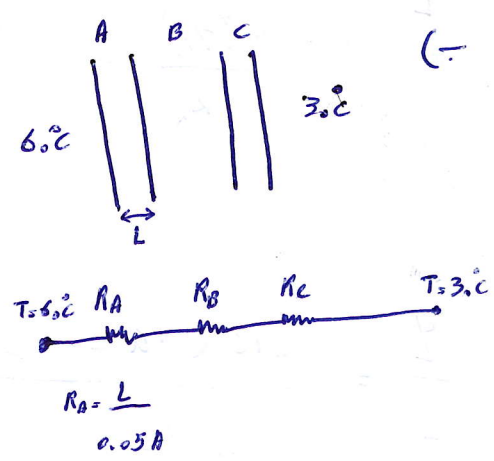
$k_{\text{آزبک}} = 0.05 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$



$R_A = \frac{0.1}{1.0 A} = \frac{1}{10 A}$ $R_B = \frac{0.05}{5 A} = \frac{1}{100 A}$

$\frac{q}{A} = \frac{T_1 - T_2}{\sum R} = \frac{60 - 30}{\frac{1}{100} + \frac{1}{100}} = 1500$

$\frac{q}{A} = 1500 \xrightarrow{\text{در حالت ب}} \frac{q}{A} = 750$



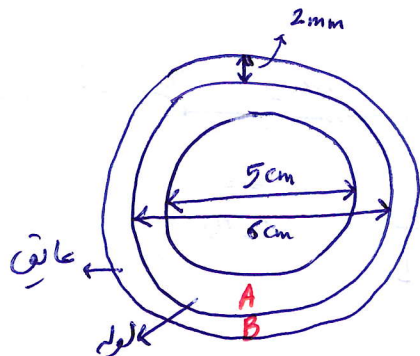
$\frac{q}{A} = \frac{60 - 30}{\frac{L}{0.05} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100}} = 750$ $\Rightarrow \frac{30}{750} = \frac{L}{0.05} + 0.02$

$\frac{L}{0.05} = 0.02 \Rightarrow L = 0.001 m$

* لوله یک سوفا به قطر داخلی 5 cm و قطر خارجی 6 cm توسط یک عایق به ضخامت 2 mm پوشانده

شد است اگر ضریب انتقال حرارت لوله $10 \frac{W}{m \cdot K}$ و ضریب انتقال حرارت عایق $0.1 \frac{W}{m \cdot K}$ باشد. میزان

انرژی تلف می‌شود و اینکه بدون عایق است چه قدر است؟ و زمانی که عایق وجود دارد.



(دمای داخل لوله $75^\circ C$ و دمای بیرون $20^\circ C$ است) عایق

$$Q = \frac{\Delta T}{\sum R}$$

$$75^\circ C \quad R_A \quad R_B$$

$$\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_A L} \quad \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_B L}$$

$$R_A = \frac{\ln(3/2.5)}{2(3.14) \cdot 10 \cdot L} = \frac{0.0029}{L}$$

$$R_B = \frac{\ln(3.2/3)}{2(3.14) \cdot 0.1 \cdot L} = \frac{0.1}{L}$$

$$\frac{Q}{L} = \frac{75 - 20}{0.1 + 0.0029} = 534.5 \frac{W}{m}$$

با عایق

$$\frac{Q}{L} = \frac{75 - 20}{0.0029} = 18965.5$$

بدون عایق

* بخار آب اشباع با دمای $120^\circ C$ و ضریب انتقال حرارت جانبی $3000 \frac{W}{m^2 \cdot C}$ (درون لوله آهنگی) $(k = 53 \frac{W}{m \cdot C})$

به شعاع داخلی 21 mm و ضخامت جدار 25 mm دارد. لوله در معرض هوای محیط با دمای $20^\circ C$ و ضریب انتقال

حرارت جانبی $5 \frac{W}{m^2 \cdot C}$ است. مطلوب است میزان تلف گرمایی از این لوله برای واحد طول، اگر عایق

* مقاومت دایره در گره به صورت زیر است:

$$R = \frac{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}{4\pi K}$$

شعاع بیرون گره
شعاع داخل گره

مقاومت هدایت حرارتی برای گره

$$R = \frac{r_2 - r_1}{4\pi K r_1 r_2}$$

* مقاومت جابه جایی بین سطح خارجی گره و سیال جاور آن برابر است با:

مساحت گره

$$R = \frac{1}{h \cdot A}, \quad A = 4\pi r^2$$

* نرخ انتقال حرارت $q = \frac{DT}{\Sigma R}$ برابر است با q در گره برابر است با:

شعاع بیرون گره
شعاع داخل گره

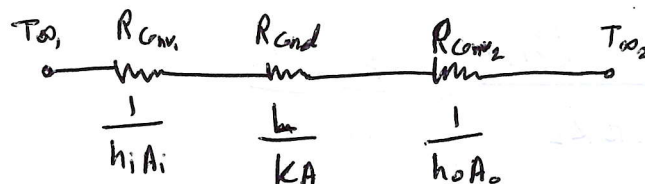
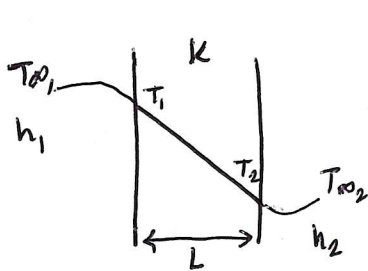
$$q = \frac{4\pi K (T_i - T_o)}{L}$$

شعاع بیرون گره
شعاع داخل گره

$$\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o} \right)$$

ضریب انتقال حرارت کل (Overall Heat Transfer Coefficient):

همان طور که گفته شد در یک دیوار مسطح به ضخامت L ، سطح مقطع A و ضریب هدایت k که دو سیال با دماهای $T_{\infty 1}$ و $T_{\infty 2}$ را از هم جدا کرده است. نرخ انتقال حرارت از سیال با دما $T_{\infty 1}$ به سیال با دما $T_{\infty 2}$ برابر است با:



$$q = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_1 A_i} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A_o}}$$

ضریب کل انتقال حرارت

↑

$$q = UA (T_{\infty 1} - T_{\infty 2})$$

* رابطه ی بالا را می توان به صورت زیر بیان کرد:

* یک لوله به قطر 3 in استاندارد چهل با ضریب هدایت حرارتی $k = 25 \frac{\text{Btu}}{\text{hr} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}$ توسط عایق آکریل به ضخامت

0.5 in پوشانده شده است. ضریب هدایت حرارتی آکریل $0.11 \frac{\text{Btu}}{\text{hr} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}$ با لوله به سیال به دما 300°F را حمل می کند و

ضریب انتقال حرارت جابه جایی برابر $4.0 \frac{\text{Btu}}{\text{hr} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}}$ است. سطح خارجی عایق آکریل به دما 80°F و با

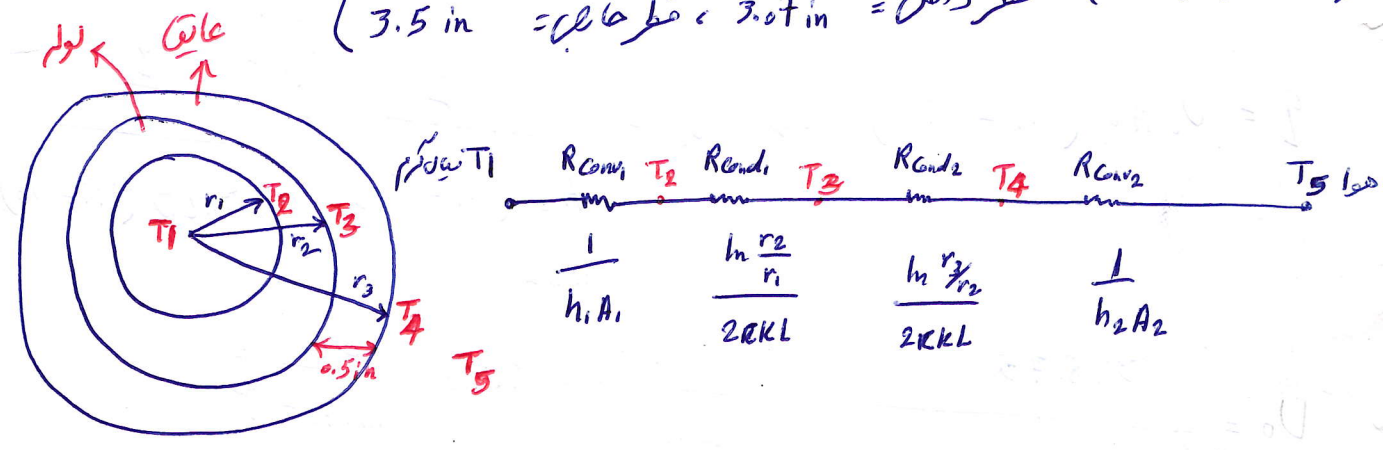
ضریب انتقال حرارت جابه جایی $h = 4 \frac{\text{Btu}}{\text{hr} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}}$ در تماس است:

1. محاسبه گرما تلف شده به ازای واحد طول لوله را بدست آورید.

2. دمای لوله سطح داخلی و دمای سطح خارجی عایق را تعیین کنید.

3. ضریب کل انتقال حرارت بر مبنای سطح خارجی عایق را بدست آورید.

(استاندارد 4.0 ← قطر داخلی = 3.07 in ، قطر خارجی = 3.5 in)



$$\frac{q}{L} = \frac{300 - 80}{\frac{1}{4.0 \left(\frac{3.07}{12} \times 3.14 \right)} + \frac{\ln \left(\frac{1.75}{1.54} \right)}{2(0.11)(25)} + \frac{\ln \left(\frac{2.25}{1.75} \right)}{2(0.11)(25)} + \frac{1}{4 \left(\frac{3.5}{12} \times 3.14 \right)}}$$

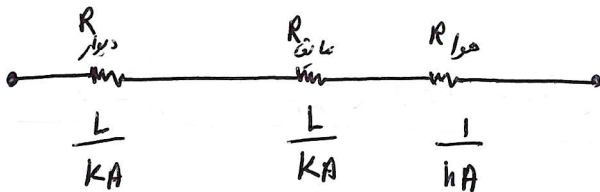
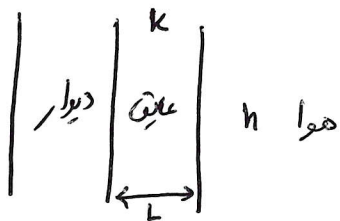
0.0311 0.00083 0.3690 0.2123

$$\frac{q}{L} = \frac{220}{0.0311 + 0.00083 + 0.3690 + 0.2123} = \frac{220}{0.61923} = 358.75 \frac{\text{Btu}}{\text{hr} \cdot \text{ft}}$$

29/ * مقایسه میزان عایق (Critical Insulation Thickness): برای کاهش میزان انتقال حرارت

از عایق استفاده کنیم. در سیستم های دگراتر (دیوار مسطح) افزایش مقایسه عایق باعث افزایش مقاومت حرارتی

و در نتیجه کاهش میزان انتقال حرارت می شود.



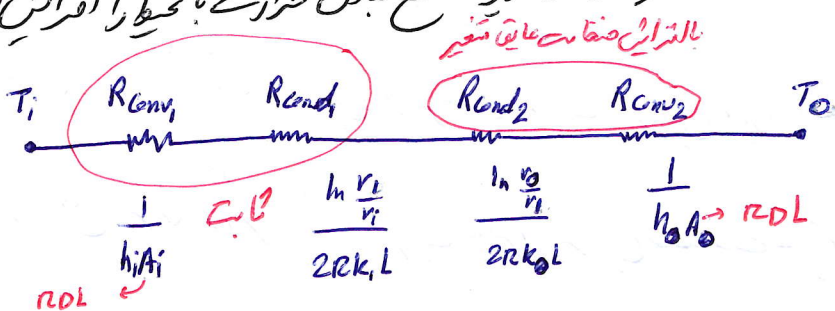
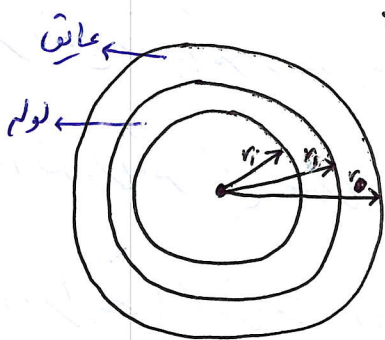
همان طور که از شکل مشخص است با افزایش مقایسه عایق (L) مقاومت حرارتی عایق ($\frac{L}{kA}$) افزایش می یابد و

مقاومت جابجایی هوا ($\frac{1}{hA}$) تغییر نمی کند، بنابراین با افزایش مقایسه عایق، مقاومت حرارتی کل بین دیوار

و محیط افزایش و در نتیجه نرخ انتقال حرارت از دیوار به محیط کاهش می یابد.

* در سیستم های شعاعی (استوانه و کره) وجود عایق از یک طرف مقاومت حرارتی را افزایش می دهد و از طرف دیگر باعث

کاهش مقاومت جابجایی می شود زیرا سطح تبادل حرارت با محیط را افزایش می دهد.

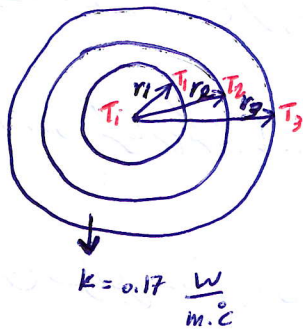


$$q = \frac{T_i - T_o}{\frac{1}{2\pi r_i L h_i} + \frac{\ln r_o/r_i}{2\pi k L} + \frac{\ln r_o/r_i}{2\pi k_o L} + \frac{1}{2\pi r_o L h_o}}$$

حال می خواهیم ببینیم که شعاع خارجی عایق یعنی r_o چقدر باید باشد که انتقال حرارت از عایق ماکزیمم شود.

شرط ماکزیمم شدن $\frac{dq}{dr} = 0$ است، بنابراین:

در صورتی که :



$$r_o = r_{oc}$$

(1) ضخامت طول عایق به ضخامت جبران برسد.

(2) در حالتی که پوشش عایق وجود نداشته باشد.

$$r_{oc} = \frac{k_o}{h_o} = \frac{0.17}{3} = 0.056666 = 5.67 \text{ cm}$$

$$r_2 = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ cm}$$

$$\frac{q}{L} = \frac{T_2 - T_o}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_o} + \frac{1}{2\pi r_o h_o}} = \frac{200 - 20}{\frac{\ln(5.67/2.5)}{2(3.14)(0.17)} + \frac{1}{2(3.14)(0.0567)(3)}} = \frac{180}{0.767 + 0.936} = 105.7 \frac{W}{m}$$

عایق تا شعاع جبران

$$\frac{q}{L} = \frac{T_2 - T_o}{\frac{1}{2\pi k L r_o h_o}} = \frac{200 - 20}{\frac{1}{2(3.14)(3)(0.025)}} = 84.8 \frac{W}{m}$$

$$\frac{105.7 - 84.8}{84.8} = 25\%$$

* بنابراین افت درون (5.67 - 2.5 = 3.17 cm) عایق باید افت 25٪
مقدار انتقال حرارت خواهد بود.

بازرسی شود

* دیوار تحت بار منبع گرمایی (Plane Wall with Heat Transfer): در شکل صفحه بعد دیوار تحت

تلفان داده شد است که درون آن یک منبع تولید گرما وجود دارد و گرما از طریق این منبع به طور یکنواخت

* اگر دما در صفحه میانه برابر T_0 باشد، آنگاه با توجه به معادله (2) خواهیم داشت:

$$C_2 = T_0$$

بنابراین معادله توزیع دما خواهد شد:

$$T - T_0 = - \frac{\dot{q}}{2k} x^2 \quad (*)$$

T_w : دمای دیواره است بنابراین چون در شرایط مرزی

$T = T_w$ به جای T ، T_w را می‌گذاریم و از تقسیم دو رابطه خواهیم داشت:

$$\frac{T - T_0}{T_w - T_0} = \left(\frac{x}{L} \right)^2 \quad (3)$$

این معادله معروف به توزیع دما است و همان طور که مشاهده می‌شود به شکل یک سهمی است. برای بدست آوردن رابطه‌ای که بتوان از آن دما در صفحه میانه یعنی T_0 را می‌سب کرد می‌توان از بیان انرژی استفاده نمود. در حالت پایدار

کل گرما تولید شده در دیوار باید با کل حرارت خارج شده از صفحه سمت راست و چپ برابر باشد، بنابراین:

مقاومت مقطع عرضی دیوار

$$2 \left(-kA \frac{dT}{dx} \right)_{x=L} = \dot{q} A 2L \quad \text{مقاومت}$$

با تغییر این گرما از معادله (3) معادله‌ای گردانیم دما در دیوار بدست می‌آید:

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = (T_w - T_0) \left(\frac{2x}{L^2} \right) \bigg|_{x=L} = (T_w - T_0) \frac{2}{L}$$

در نتیجه:

$$-k(T_w - T_0) \frac{2}{L} = \dot{q} L$$

35/ ناهمبودن انتقال گرما در جهت محوری و φ و مستقل بودن دما از زمان، به شکل زیر خواهد شد:

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dT}{dr} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \quad (1)$$

* شرایط مرزی عبارتند از:

$$T = T_w \quad r = R$$

و نیز گرما تولید شده در استوانه برابر است با گرمای خارج شده از سطح استوانه، یعنی:

$$\dot{q} \pi R^2 L = -k 2 \pi R L \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R}$$

لذا آنجا که تابع دما باید در مرکز استوانه نیز پیوسته باشد، بنابراین:

$$\frac{dT}{dr} = 0 \quad r = 0$$

البته استفاده از این شرط ضروری نیست زیرا این شرط به هنگام استفاده از دو شرط دیگر، خود به خود ارضا می شود.

با باز نویسی معادله (1) نتیجه می شود:

$$r \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q} r}{k}$$

$$r \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right)$$

و با توجه به این که:

با اشکال گیری نتیجه می شود:

$$r \frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q} r^2}{2k} + C_1$$

37/ می شود و فریب انتقال حرارت همرفت $\frac{kW}{m^2 \cdot ^\circ C}$ 4 است. مطلوبیت مناسبه (های مرکز) - سیم؟
تمام توان (گرمای) تولید شده را باید به شکل همرفت به مایع انتقال داده شود، بنابراین:

$$P = RI^2 = \dot{q} = hA(T_w - T_\infty) \quad (a)$$

معادله سیم به طریق زیر بدست می آید:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \frac{(7.0 \times 10^{-6})(100)}{(3.14)(0.15)^2} = 0.099 \Omega$$

که در آن ρ مقاومت پذیر سیم است. مساحت سیم برابر است با πdL ، بنابراین با توجه به معادله (a) نتیجه می شود:

$$(200)^2 (0.099) = 400 (3.14) (3 \times 10^{-3}) (1) (T_w - 110) = 3960 W$$

$$T_w = 215^\circ C \quad [419^\circ F]$$

گرمای تولید شده در واحد حجم \dot{q} از رابطه زیر بدست می آید:

$$P = \dot{q}V = \dot{q} \pi r^2 L$$

به طوری که:

$$\dot{q} = \frac{3960}{(3.14)(1.5 \times 10^{-3})^2 (1)} = 560.2 \text{ MW/m}^3$$

نهایتاً با توجه به معادله زیر (های مرکز) سیم خواهد بود:

$$T_o = \frac{\dot{q} r_o^2}{4k} + T_w = \frac{(560.2 \times 10^8)(1.5 \times 10^{-3})^2}{(4)(19)} + 215 = 231.6^\circ C$$

39/ هیدرو دینامیک میگویند یا رامنر ک، که کن اصطلاحات لایه مرز میگویند (با اقرایش فاصله از لبه ابتدای صفحه،

صناعات لایه مرز اقرایش می‌یابد)، مقداری از آن است که در آن جا $u = 0.99 u_\infty$ است. بنابراین، چنان

روی صفحه با دینامیک مشخص می‌شود: (۱) لایه مرز هیدرو دینامیک که در آن شب سرعت و تنش برشی چشم گیر است،
(۲) ناصیه خارجی لایه مرز که در آن شب سرعت و تنش برشی ناچیز است.

در انتقال گرمای جابه جایی، لایه مرز هیدرو دینامیک نقش مهم دارد. در مکانیک سیالات نیز این لایه اهمیت دارد زیرا باعث اصطکاک در سطح می‌شود. در جریان های خارجی، برای تعین اصطکاک ناشی از لایه مرز هیدرو دینامیک، ضریب بر بعد C_f (ضریب اصطکاک محلی) را به صورت زیر تعریف می‌کنند:

$$C_f = \frac{\tau_s}{\frac{\rho u_\infty^2}{2}}$$

که τ_s تنش برشی روی سطح است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

ویسکوزیته دینامیک

$$\tau_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}$$

تنش برشی سطح

در لایه مرز هیدرو دینامیک، شب سرعت در سطح صفحه، $\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}$ به فاصله x از لبه ابتدای صفحه بستگی دارد. بنابراین، تنش برشی در سطح و ضریب اصطکاک نیز به x بستگی دارند.

لایه مرز گرمایی (Thermal boundary layer):

هنگامی که سیال با دمای T_∞ در مجاورت جسمی با دمای T_s جریان دارد، در صورتی که دمای آن ها با هم برابر نباشد ($T_s \neq T_\infty$)، اختلاف دمای سطح جسم با سیال باعث می‌شود که در قسمت های از سیال که در مجاورت سطح جسم

قرار دارند، گرادیان دما به وجود آید. به عنوان مثال به شکل صفحه بعد توجه فرمائید این شکل سیال با دمای T_∞

41/ قیمت های دیگر سیال منتقل می شود. بنابراین با استفاده از موارد زیر در سطح داریم:

$$q''_{\text{Cond}} = q''_{\text{Conv}} \Rightarrow -k_f \frac{\delta T}{\delta y} \Big|_{y=0} = h(T_s - T_\infty) \quad (*)$$

نکته: k_f ضریب هدایت سیال است و نه ضریب هدایت سطح جامد.

از معادله توزیع دما در سیال در داخل لایه مرزی بدست می آید. از رابطه (*) نتیجه می شود:

$$h = \frac{-k_f \frac{\delta T}{\delta y} \Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

با دانستن معادله توزیع دما در سیال می توانیم ضریب جابجایی موضعی سیال (h) را با استفاده از معادله بالا بدست آوریم.

در رابطه بالا ملاحظه کنیم که ضریب جابجایی سیال (h) با گرادیان دما در سطح $\frac{\delta T}{\delta y} \Big|_{y=0}$ رابطه مستقیم دارد. به گونه ای که

که گفتیم با افزایش فاصله از لبه صفا (افزایش x)، ضخامت لایه مرزی گرایی (δ) افزایش می یابد، در نتیجه با توجه

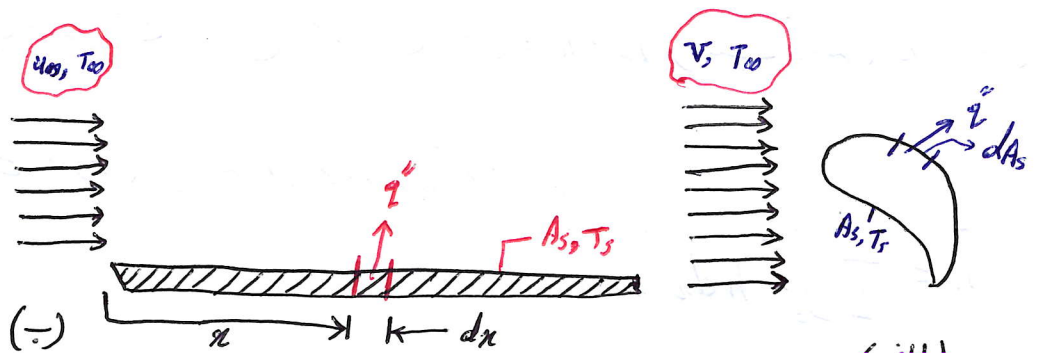
به ثابت بودن مقدار $(T_s - T_\infty)$ ، با افزایش x ، گرادیان دما کاهش می یابد. بنابراین با افزایش x ، مقدار $\frac{\delta T}{\delta y} \Big|_{y=0}$ و در نتیجه

مقدار ضریب جابجایی سیال (h) کاهش می یابد. با کاهش ضریب جابجایی (h)، شار حرارتی (q'') نیز کاهش

می یابد.

ضریب جابجایی موضعی و ضریب جابجایی متوسط:

شکل زیر بیان رابطه بین h و T_∞ و V و دما T_∞ و یک سطح با شکل نامنظم حریف دارد.



مثال ضرب انتقال گرما در جابجایی موضعی در جریان در یک صفحه تحت زبر یا رابطی زیر بیان می شود

$$h_n(x) = a x^{-0.1}$$

که در آن، a یک ضریب ثابت و x فاصله از لبه انتداری صفحه است. برای یک صفحه به طول x ، مطلوب است نت

$$\bar{h}_n = \frac{1}{x} \int_0^x h_n(x) dx = \frac{1}{x} \int_0^x a x^{-0.1} dx = \frac{a}{x} \int_0^x x^{-0.1} dx = 1.1 a x^{-0.1} \cdot \frac{\bar{h}_n}{h_n}$$

$$\frac{\bar{h}_n}{h_n} = \frac{1.1 a x^{-0.1}}{a x^{-0.1}} = 1.1$$

نکته با افتراضی فاصله از انتداری صفحه، ضریب انتقال حرارت جابجایی سیال (h) و شرایط مرزی (q) کامل می باشد

ضریب آکرام و ملامط

همان طور که گفتیم ضریب انتقال حرارت جابجایی (h) و در نتیجه نرخ انتقال حرارت جابجایی (q) به ماهیت جریان

(آکرام یا مضبوط بودن جریان) بستگی دارند. بنابراین، اولین قدم ضروری در بررسی مسائل انتقال حرارت جابجایی تعیین

آکرام یا مضبوط بودن جریان می باشد. به شکل صفحه بعد توصیف می نماید. این شکل سیال را نشان می دهد که بر روی صفحه تحت

در جریان است. همان طور که در شکل ملاحظه می شود لایه مرزی در ابتدا آکرام است و در فاصله ای از لبه انتداری بر اثر

افتراضی نوبت آنکه تبدیل به جریان مضبوط می گردد. ناصیه قبلی لایه مرزی از آکرام به مضبوطی را ناصیه انتقال می نامیم.

بنابراین لایه مرزی به دو بخش آکرام و مضبوط تقسیم می شود. در لایه مرزی آکرام حرکت سیال منظم و در امتداد خطوط مضبوط

می باشد در حالی که در لایه مرزی مضبوط حرکت سیال کاملاً نامنظم و با نوسان سرعت همراه است. به دلیل اصطلاحات

رسول اللہ ﷺ نے صورت زیر تعریف میں سُورہ:

$$Re = \frac{\rho u_{\infty} n}{\mu} = \frac{u_{\infty} n}{\nu}$$

(فاصله از لبه ابتدایی) طول مشخصه جسم
 نیروی اینرسی / نیروی ویسکوزیته
 μ / ν

نکته اگر عدد در سواد کوچک باشد، نیروهای اینرسی در مقابل با نیروهای ویسکوز مانع از چرخند، لذا این رو، آشفتگی ها از منبع و روند و

* در اعداد در توالی بزرگ، نیروها، انرژی، چرخش و استقامت را از تقویت می کنند. در نتیجه، جوان آرام به جوان مسلط تبدیل می شود.

و مقدار آن برابر صغیر تحت برابر است با:

$$A_{e,c} = \frac{400 \times c}{\nu} = 5410.5$$

کہ α_c فاصلہ از صفحہ اسے کہ درآن جری از حالت آرام بہ متلاطم تبدیل ہر شود۔

عدد پرائشل (pr) (printed number):

عدد پُرانتل به صورت ضرب بخش اندکزه حرکت (۷) به ضرب بخش گوما (۸) تعریف می شود:

$$pr = \frac{v}{\alpha} = \frac{\text{پیش انداز حرکت}}{\text{پیش گری}}$$

عدد انتقال معیار است از بخش انداز حرکت در لاین مدرج هیدرونیامیک نسبت به بخش گرما در لاین مدرج حرارتی. همیشه

عدد پراشتل معیاری برای مقایسه صفحات لایه های مرزى هدیرودنا سیکى و کرمائی ص. با نر.

* مقتدر عدو پر اشل بہ نگرے پر رند شہر لایہ ہاں مرزا سرت (مدید دینا سیک) و حراری نائیں کڈار۔ برکے لایہ ہاں

47/

$$x_c = \frac{Re_{x,c} \mu}{\rho u_{\infty}} = \frac{5 \times 10^5 \times 855 \times 10^{-8}}{997 \times 1 \text{ m/s}} = 0.43 \text{ m}$$

در دما: 300 K

در دما: 350 K

$$x_c = \frac{Re_{x,c} \mu}{\rho u_{\infty}} = \frac{5 \times 10^5 \times 365 \times 10^{-8}}{974 \times 1} = 0.19 \text{ m}$$

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h dx = \frac{1}{L} \left[\int_0^{x_c} h_{\text{lam}} dx + \int_{x_c}^L h_{\text{turb}} dx \right]$$

$$= \frac{1}{L} \left[\left. \frac{C_{\text{lam}}}{0.5} x^{0.5} \right|_0^{x_c} + \left. \frac{C_{\text{turb}}}{0.8} x^{0.8} \right|_{x_c}^L \right]$$

نیابریخ در دما: 300 K

$$\bar{h} = \frac{1}{0.6} \left[\frac{395 \frac{\text{W}}{\text{m}^{1.5} \cdot \text{K}}}{0.5} \times (0.43^{0.5}) \text{ m}^{0.5} + \frac{2330 \frac{\text{W}}{\text{m}^{1.8} \cdot \text{K}}}{0.8} \times (0.6^{0.8} - 0.43^{0.8}) \text{ m}^{0.8} \right]$$

$$\bar{h} = 1620 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

در دما: 350 K

$$\bar{h} = \frac{1}{0.6 \text{ m}} \left[\frac{477 \frac{\text{W}}{\text{m}^{1.5} \cdot \text{K}}}{0.5} \times (0.19^{0.5}) \text{ m}^{0.5} + \frac{3600 \frac{\text{W}}{\text{m}^{1.8} \cdot \text{K}}}{0.8} \times (0.6^{0.8} - 0.19^{0.8}) \text{ m}^{0.8} \right]$$

$$\bar{h} = 3710 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

هر توانیم مشابه رینولدز را بر حسب عدد استانتون به صورت زیر بیان کنیم:

$$\frac{C_f}{2} = St$$

تساوی رینولدز رابطه بین ضریب اصطکاک (C_f) و ضریب انتقال حرارت جابه جایی سیال (h) را (در صورتی که دو شرط ذکر شده برقرار باشد) بیان می کند.

تساوی چیتون - کلبرن:

شرط استفاده از تساوی رینولدز این بود که $Pr = 1$ و $\frac{dp}{dx} = 0$ باشد. تساوی چیتون - کلبرن که به تساوی رینولدز اصلاح شده

نیز معروف است، شرط $Pr = 1$ را ندارد و در بازه وسیعی از عدد پراخل صادق است و به صورت زیر بیان می شود:

$$\frac{C_f}{2} = St \cdot Pr^{2/3} \quad 0.6 < Pr < 60$$

شرط استفاده از تساوی چیتون - کلبرن فقط این است که گرادیان فشار باشد $(\frac{dp}{dx} = 0)$.

نکته
* هر دو تساوی رینولدز و چیتون - کلبرن برای جریان آرام و سلاطم بر روی صفحه و جریان سلاطم در داخل لوله صادق اند ولی در جریان آرام در داخل لوله صادق نمی باشند.

نکته
* اگر جریان سیال سلاطم باشد، نیازی به شرط $\frac{dp}{dx} = 0$ در تساوی های رینولدز و چیتون - کلبرن نیست.

حیران بر روی صفحه تخت:

۱. جریان آرام:

در جریان آرام سیال بر روی صفحه تخت، مقایسه لایه مرزی سرعت (δ) از رابطه زیر بدست می آید:

$$\delta = \frac{5x}{\sqrt{Re}} \quad , \quad Re = \frac{u_0 x}{\nu} \quad , \quad \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$$\delta \propto x^{1/2} \quad \nu^{1/2} \quad u_0^{-1/2}$$

$$\delta = 0.37 x Re^{-1/5}$$

من باید:

$$\delta \propto x^{4/5}, u_{\infty}^{-1/5}$$

مختصات لایه مرزی سرعت (δ) در جریان متلاطم با افزایش x، افزایش می‌یابد و با افزایش سرعت سیال (u_∞) کاهش می‌یابد.

* در جریان متلاطم، مختصات لایه مرزی سرعت (δ) و حرارتی (δ_t) تقریباً با هم برابر است: δ = δ_t
بنابراین رابطه مختصات لایه مرزی حرارتی مانند مختصات لایه مرزی سرعت و به صورت زیر می‌باشد:

$$\delta_t \approx \delta = 0.37 x Re^{-1/5}$$

* در جریان متلاطم سیال بر روی صفحه تخت، رابطه عدد نامشت موففر (Nu) به صورت زیر می‌باشد:

$$Nu = \frac{hx}{k} = 0.0296 Re^{4/5} Pr^{1/3}$$

* جریان عمود بر استوانه:

به شکل صفحه بعد توجه کنید این شکل، جریان سیال عمود بر محور استوانه را نشان می‌دهد. جریان سیال در نقطه سکون جلویی

به حالت ساکن درآمده و فشار آن افزایش می‌یابد. از این نقطه به بعد با افزایش x فشار کاهش یافته و سرعت جریان افزایش

می‌یابد و لایه مرزی تحت تأثیر گرادیان فشار مطلوب $(\frac{dp}{dx} < 0)$ رشد می‌کند. کاهش فشار و افزایش سرعت سیال

ادامه پیدا می‌کند تا نقطه ای که گرادیان فشار سیال صفر شود $(\frac{dp}{dx} = 0)$. فشار سیال در این نقطه کمترین مقدار و

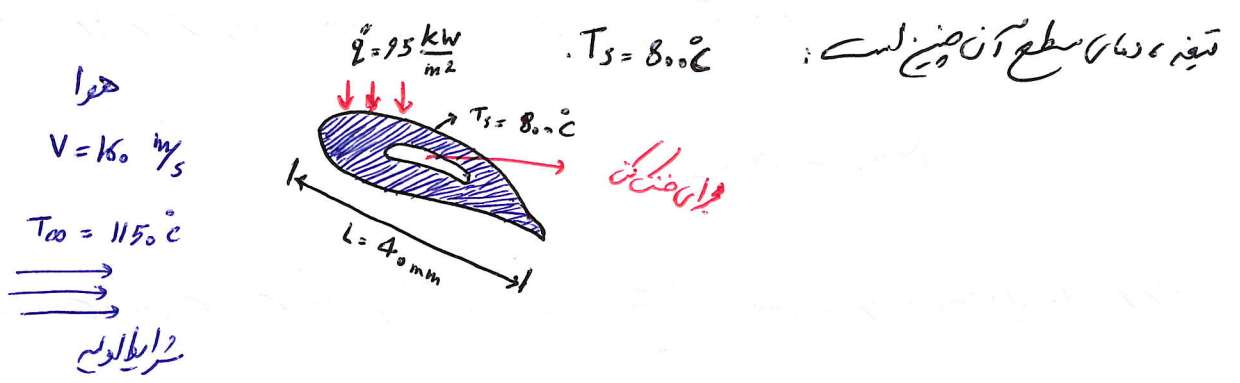
سرعت سیال بیشترین مقدار خود را دارد. بعد از این نقطه فشار سیال افزایش و سرعت آن کاهش می‌یابد و لایه مرزی تحت

گرادیان فشار نامطلوب $(\frac{dp}{dx} > 0)$ در پشت استوانه به رشد خود ادامه می‌دهد. با کاهش سرعت سیال، گرادیان سرعت

Re	c	n
0.4 - 4	0.989	0.33
4 - 40	0.911	0.385
40 - 4000	0.683	0.466
4000 - 40000	0.193	0.618
40000 - 400000	0.0266	0.805

مثال * تغییر یک توربین، با طول مشخص $L = 4.0 \text{ mm}$ در هوای داغ کار می کند. دما و سرعت هوا به ترتیب، عبارتند از:

$T_\infty = 115^\circ \text{C}$ و $V = 16.0 \text{ m/s}$. تغییر دما را می توان $\dot{q}'' = 95000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ را دریافت می کند. برای عبور خنک کن از داخل



الف) با افزایش سرعت خنک کن، دمای سطح تغییر می دهد. $T_{s,1} = 700^\circ \text{C}$ در دمای گرمای دفع شده از تغییر را بیابید.

ب) یک تغییر L به با طول مشخص $L = 8.0 \text{ mm}$ را در نظر بگیرید. در شرایط $V = 8.0 \text{ m/s}$ ، $T_\infty = 115^\circ \text{C}$

و $T_s = 800^\circ \text{C}$ گرمای دفع شده از تغییر چقدر خواهد بود؟

$$Nu = \frac{hL}{k} = f(\alpha, Re, Pr)$$

فرض: 1. شرایط پایا برقرار است.

2. خواص فیزیکی هوا و تغییر ثابت است.

با توجه به فرض 2، تغییر دمای سطح باعث تغییر α ، Re یا Pr نمی شود، بنابراین، طبق رابطه بالا عدد ناسلت

مسئله هم بودن جریان در جابه جایی اجباری است.

$$Re = \frac{u \cdot L}{\nu} = \frac{\text{نیروی انرژیک}}{\text{نیروی لزجت}}$$

عدد پراش: عدد پراش به صورتی بخش اندازه حرکت به بخش وارے در داخل سیال تعریف می شود. عدد پراش

معیاری برای مقایسه ضخامت لایه های مرزی سرعت و حرارتی می باشد.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\text{بخش اندازه حرکت}}{\text{بخش وارے}}$$

عدد ناسلت: عدد ناسلت به صورتی نسبت انتقال حرارے جابه جایی به انتقال حرارے هدایتی در سیال تعریف می شود. نقش

عدد ناسلت در لایه مرزی و اجزای همبسته نقش ضریب اصطکاک در لایه مرزی سرعت می باشد.

$$Nu = \frac{h L_c}{k} = \frac{\text{انتقال حرارے جابه جایی}}{\text{انتقال حرارے هدایتی}}$$

عدد پکلت: عدد پکلت به صورتی نسبت اقترایش انرژی سیال به انتقال حرارے هدایتی در جهت جریان تعریف می شود.

$$Pe = Re \cdot Pr = \frac{u L}{\alpha} = \frac{m c \Delta T}{\frac{k A}{L} \Delta T} = \frac{\text{اقترایش انرژی}}{\text{هدایت حرارے}}$$

عدد استانتون: عدد استانتون به صورتی نسبت انتقال حرارے جابه جایی به اقترایش انرژی سیال تعریف می شود. عدد استانتون

را عدد ناسلت اصلاح شده می نامند.

$$St = \frac{Nu}{Pe} = \frac{Nu}{Re Pr} = \frac{h}{\rho u c} = \frac{\text{انتقال حرارے جابه جایی}}{\text{اقترایش انرژی}}$$

عدد گراشف: به صورتی نسبت نیروی کشاوری به نیروی لزجت سیال تعریف می شود. نقش عدد گراشف در جابه جایی آزاد

$$57 / Re_L = \frac{u_{\infty} L}{\nu} = \frac{6 \times 1.2}{15 \times 10^{-6}} = 48000 < 5 \times 10^5$$

چون

$$Nu_x = 0.332 Re^{1/2} Pr^{1/3} = 0.332 (24000)^{1/2} (0.71)^{1/3} = 145$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} \Rightarrow h_x = \frac{Nu_x k}{x} = \frac{145 \times 0.0251}{0.6} = 6.1 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

$$Nu_L = \frac{h_L L}{k} \Rightarrow h_L = \frac{Nu_L k}{L} = \frac{145 \times 0.0251}{1.2} = 4.3 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

$$\bar{h}_L = 2 h_L = 2 \times 4.3 = 8.6$$

$$\bar{h} = \frac{1}{A} \int h dA$$

$$q = \bar{h}_L A (T_{\infty} - T_s) = 8.6 (1.2 \times 2) (30 - 10) \Rightarrow q = 412.8 W$$

$$Nu_L = 0.332 (48000)^{1/2} (0.71)^{1/3} = 205$$

مثال
هوا در فشار 1 atm و دما 35 °C با سرعت 5 m/s عمود بر محور یک استوانه به قطر 5 cm جریان دارد.

سطح استوانه در دما ثابت 150 °C قرار گرفته است. دما را از دست رفته به ازای واحد طول استوانه را تعیین کنید.

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{1 \text{ atm} \times 101325 \text{ Pa}}{\frac{8.314}{29} \times (273 + 35)} = 0.986 \frac{kg}{m^3}$$

(گاز کامل فرض شود)

$$T_f = \frac{T_s + T_{\infty}}{2} = \frac{150 + 35}{2} = 92.5 \text{ } ^\circ\text{C} = 365.5 \text{ K}$$

$$\mu = 2.01 \times 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s}$$

$$k = 0.0312 \frac{W}{m \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$Pr = 0.694$$

(Heat Exchanger)

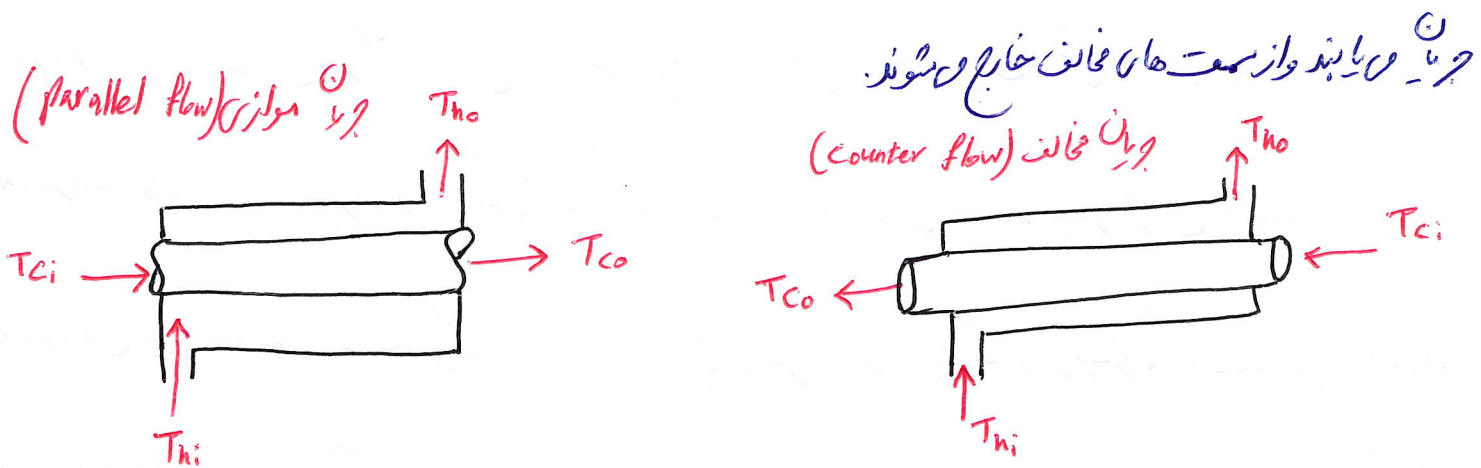
مبدل های حرارتی: فصل چهارم

مبدل های حرارتی وسایلی هستند که در داخل آن ها سیخ دو سیال که در دماهای متفاوتی قرار دارند تبادل حرارت انجام می شود که برای نوع ساختمان و یا آرایش جریان بسته بندی می شوند که نوعی از کاربرد در این ها به صورت زیر هستند:

* مبدل های حرارتی دو لوله ای (double pipe heat exchanger):

مبدل های حرارتی از نوع دو لوله ای یا لوله های هم محور سادگی نوع مبدل های حرارتی می باشند. این مبدل ها از دو لوله هم محور تشکیل شده اند که یکی در داخل دیگری قرار گرفته است. سیال سرد و گرم، یکی در داخل لوله درونی و دیگری در

داخل لوله بیرونی جریان دارند. مبدل های دو لوله ای از نظر آرایش جریان به (نوع جریان موازی) و (جریان مخالف) (ناهمسو) تقسیم بندی می شوند. در جریان موازی، سیال سرد و گرم از یک طرف وارد مبدل می شوند، در یک جهت جریان می یابند و از طرف دیگر مبدل خارج می شوند. در جریان مخالف، دو سیال از دو سمت جداگانه وارد مبدل می شوند. در جهت مخالف هم



* نکته: سیال خورنده را در داخل لوله قرار می دهند که فقط لوله را بخورد و به پوسته آسیب نرساند.

* نکته: سیال گرم تر را در داخل لوله (داخلی) قرار می دهیم و تا کاملاً تبادل حرارتی صورت گیرد و با پوسته از زیر تلف نشود.

61/ حرارت خارج شده از سیال گرم باعث کاهش انرژی درون آن و حرارت وارد شده به سیال سرد باعث

باعث افزایش انرژی درون آن می‌گردد. بنابراین نرخ انتقال حرارت در مبدل‌ها برابر است با:

$$q_h = \dot{m}_h c_{ph} (T_{hi} - T_{ho})$$

Hot گرم ← h

cold سرد ← c

$$q_c = \dot{m}_c c_{pc} (T_{co} - T_{ci}) \Rightarrow q_h = q_c \Rightarrow \dot{m}_h c_{ph} (T_{hi} - T_{ho}) = \dot{m}_c c_{pc} (T_{co} - T_{ci})$$

دما در ورودی سیال گرم

سرگرمی

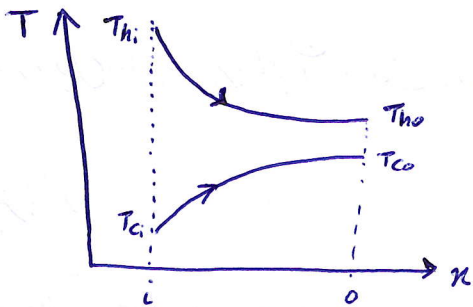
دما در خروجی سیال گرم

نکته: رابطه نرخ انتقال حرارت که در بالا ارائه شده برابر هم می‌باشد (دولوله‌ای، پوسته-لوله و...) و همه این‌ها در جریانی

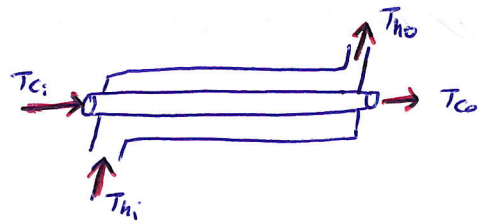
$$\frac{T_{hi} - T_{ho}}{T_{co} - T_{ci}} = \frac{\dot{m}_c c_{pc}}{\dot{m}_h c_{ph}}$$

(مولاریت، غلظت، غلظت، غلظت)

خواص تغییر دما در داخل مبدل‌های حرارتی:



جریان موازی:



همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود از ورودی تا خروجی مبدل دما در سیال سرد افزایش و دما در سیال گرم کاهش می‌یابد.

همچنین اختلاف دما در سیال گرم و سرد از ورودی تا خروجی مبدل کاهش می‌یابد.

* در مبدل‌های حرارتی با جریان موازی، دما در سیال سرد از دما در سیال گرم در تمام نقاط کمتر است. همچنین دما در خروجی سیال سرد

حد اکثر می‌تواند برابر دما در خروجی سیال گرم باشد.

* در جریان موازی نرخ انتقال حرارت به سیال از ابتدا تا انتهای مبدل کاهش می‌یابد. بنابراین شیب نمودار دما

در سیال از ابتدا تا انتهای مبدل کاهش می‌یابد.

63/ دو سیال گرم معلوم می‌باشد و دمای خروجی آن‌ها داده شد. می‌توان کرد و داده شده به راحتی با هم از این رابطه می‌توانید و هدف مسئله، تعیین مساحت سطح تبادل حرارتی است. دو سیال می‌باشد.

2. روش NTU-ε: اگر دمای ورودی دو سیال و مساحت سطح تبادل حرارتی معلوم باشد و هدف مسئله تعیین دمای خروجی دو سیال باشد از این روش استفاده می‌شود.

روش LMTD (log mean temperature difference):

همان‌طور که قبلاً گفته شد، نرخ انتقال حرارت در یک مبدل حرارتی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$Q = \dot{m} C_{p_h} (T_{hi} - T_{ho}) = \dot{m} C_{p_c} (T_{co} - T_{ci})$$

نرخ انتقال حرارت را به روش دیگری نیز می‌توانیم محاسبه کنیم. در این روش نرخ انتقال حرارتی بر حسب اختلاف دمای دو

سیال و سطح تبادل حرارتی بیان می‌شود و رابطه آن به صورت زیر است:

$$Q = U.A.\Delta T_{lm}$$

مساحت سطح تبادل

اختلاف دمای سیال سرد در گرم‌ترین در سردترین مبدل

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)}$$

اختلاف دمای سیال سرد در گرم‌ترین در سردترین مبدل

$$\Delta T_1 = T_{hi} - T_{ci} \quad , \quad \Delta T_2 = T_{ho} - T_{co} \Rightarrow$$

برای جریان موازی

$$\Delta T_1 = T_{hi} - T_{co} \quad , \quad \Delta T_2 = T_{ho} - T_{ci} \Rightarrow$$

برای جریان متقاطع

65/ $57000 = 300 \times A \times 37.01 \Rightarrow A = \frac{57000}{11103} = 5.13 \text{ m}^2$

$q_w = q_{oil} \Rightarrow \dot{m}_w c_{pw} \Delta T_w = 57000$ (3) دیں

$\dot{m}_w \times 4200 \times (70 - 40) = 57000 \Rightarrow \dot{m} = \frac{57000}{126000} = 0.45 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

* اگر سطح تبادل حرارت (A) و غریب انتقال حرارت کلی (U) دو متغیر برابر باشند، نرخ انتقال حرارت (q) در متغیر باقی ماند مخالف از متغیر باقی ماند موازی بشمار است. همچنین نرخ انتقال حرارت (q) برابر، سطح تبادل حرارت درجه باقی ماند مخالف از متغیر باقی ماند موازی کمتر می باشد.

* آب با سرعت (دبی) $68 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$ از 35°C به 75°C توسط یک پوسته سبک رویش با گرما و اثر $1.9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ گرم

می شود. از متغیر حرارتی در دو لوله ای و دو مخالف استفاده شده است، ورودی با دما 110°C وارد و با 75°C خارج می شود.

ضریب کلی انتقال حرارت $320 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$ است. مطلوب است مساحت متغیر تبادل حرارتی؟

$q = \dot{m}_w c_{pw} \Delta T_w = 68 (4180) (75 - 35) = 11.37 \frac{\text{MJ}}{\text{min}} = 189.5 \text{ kW}$ $\rightarrow w = \frac{J}{s}$

از آنجا که دماهای ورودی و خروجی مشخص است از روش LMTD می توان استفاده کرد.

$\Delta T_{lm} = \frac{(110 - 75) - (75 - 35)}{\ln \frac{(110 - 75)}{(75 - 35)}} = 37.44^\circ\text{C}$

$q = U \cdot A \cdot \Delta T_{lm} \Rightarrow A = \frac{q}{U \cdot \Delta T_{lm}} = \frac{1.895 \times 10^5}{320 \times 37.44} = 15.82 \text{ m}^2$

* بحرانه، رابطه قبل به صورت زیر نوشته شود:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_h}$$

ضریب جابه جایی سیال سرد

ضریب جابه جایی سیال گرم

* اگر ضریب جابه جایی یکی از دو سیال خیلی بیشتر از سیال دیگر باشد (مثلاً یکی از دو سیال د حال تغییر فاز باشد) در این صورت

ضریب انتقال حرارتی تقریباً برابر است با ضریب جابه جایی کوچکتر.

$$h_h \gg h_c \Rightarrow U = h_c$$

: (Effectiveness - Number of Transfer Unit)

* روش NTU - ε

* اگر دما و خواص دو سیال معلوم نباشد از روش NTU - ε استفاده می شود.

بازده یک مبدل حرارتی (ε): نسبت انتقال حرارت واقعی به حداکثر انتقال حرارتی مجاز در مبدل می باشد.

$$\epsilon = \frac{q}{q_{max}} = \frac{\text{انتقال حرارت واقعی}}{\text{حداکثر انتقال حرارت}}$$

* مقدار انتقال حرارت واقعی در مبدل، همان طور که قبلاً هم ذکر شد، برابر است با:

$$q = C_c (T_{co} - T_{ci}) = C_h (T_{hi} - T_{ho}), \quad C_c = (\dot{m} c_p)_c, \quad C_h = (\dot{m} c_p)_h$$

* حداکثر انتقال حرارتی مجاز (q_{max}) بر پایه یک مبدل جریان مخالف با طول بی نهایت حاصل می شود. در چنین مبدلی

یکی از دو سیال سرد و گرم (هر کدام که نرخ ظرفیت حرارتی آن $(C = \dot{m} c_p)$ کوچکتر است)، حداکثر تغییر دما مجاز یعنی

$T_{hi} - T_{ci}$ را خواهد داشت. بنابراین:

$$q_{max} = C_{min} (T_{hi} - T_{ci}), \quad C_{min} = \min(C_h, C_c)$$

* یادداشت: مقدار نرخ انتقال حرارت در داخل مبدل (q) بدست می آید. در نتیجه باراشخ q و با استفاده از مولرند، انرژی دمای خروجی مبدل بدست می آید.

* بازده مبدل و حالت جریان مخالف از جریان موازی بیشتر است.

* در حالتی که نرخ ظرفیت حرارتی در مبدل برابر باشد ($C_c = C_h$)، بازده مبدل حداکثر بوده داریم: $C_r = 1$. در این

حالت اگر آرایش جریان مخالف باشد، خواهیم داشت:

$$\epsilon = \frac{NTU}{1 + NTU}$$

* در حالتی که یکی از در مبدل داخل مبدل تغییر می یابد، بازده مبدل حداکثر بوده و مستقل از آرایش جریان

می باشد، در این حالت داریم:

$$C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}} = 0, \quad \epsilon = 1 - e^{-NTU}$$

مثال

* در یک مبدل گرمایی لوله ای، پرده دار با جریان عرضی، دمای ورودی و خروجی گاز احتراق، به ترتیب 300°C و 100°C است.

در این مبدل، آب با آهنگ $1 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ از 35°C تا 125°C گرم می شود. گرمای خروجی گاز تقریباً $1000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ و ضریب

کل U_h در سمت گاز $100 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$ است. با استفاده از روش NTU، مساحت تبادل گرمایی در سمت گاز را بیابید.

برای آب در دمای $\bar{T}_c = 80^\circ\text{C}$ ، $C_{p,c} = 4197 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ و برای گاز احتراق $C_{p,h} = 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

ابتدا C_{min} را می یابیم:

$$C_c = \dot{m}_c C_{p,c} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \times 4197 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 4197 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

$$C_h = \dot{m}_h C_{p,h} = C_c \frac{T_{c,o} - T_{c,i}}{T_{h,i} - T_{h,o}} = 4197 \frac{125 - 35}{300 - 100} = 1889 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

$$\frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{1500}{4197} = 0.357$$

$$NTU = \frac{U_h A_h}{C_{min}} = \frac{100 \times 40}{1500} = 2.67$$

طبق شکل 14-11 (نسب اینکوریتر)، $\epsilon \approx 0.82$

$$q_{max} = C_{min} (T_{h,i} - T_{c,i}) = 1500 (250 - 35) = 3.23 \times 10^5$$

$$q = \epsilon q_{max} = 0.82 \times 3.23 \times 10^5 = 2.65 \times 10^5 \text{ W}$$

$$q = \dot{m}_h c_{p,h} (T_{h,i} - T_{h,o}) \Rightarrow T_{h,o} = T_{h,i} - \frac{q}{\dot{m}_h c_{p,h}} = 250 - \frac{2.65 \times 10^5}{1500} = 73.3^\circ \text{C}$$

$$q = \dot{m}_c c_{p,c} (T_{c,o} - T_{c,i}) \Rightarrow T_{c,o} = T_{c,i} + \frac{q}{\dot{m}_c c_{p,c}} = 35 + \frac{2.65 \times 10^5}{4197} = 98.1^\circ \text{C}$$